

ESTABILIDAD DE SISTEMAS ELECTRICOS

1.- INTRODUCCION

Tradicionalmente el problema de la estabilidad ha sido mantener la operación sincrónica. Puesto que los sistemas de potencia dependen de las máquinas sincrónicas para la generación de potencia eléctrica, una condición necesaria es que todas las máquinas permanezcan en sincronismo. Este aspecto de la estabilidad es influenciado por la dinámica del ángulo del rotor y las relaciones potencia-ángulo. La inestabilidad se pueda encontrar también sin pérdida de sincronismo. Por ejemplo, un sistema consistente de un generador alimentando un motor de inducción puede hacerse inestable debido al colapso del voltaje de la carga¹

En la evaluación de la estabilidad de un sistema de potencia interesa el comportamiento de un sistema de potencia cuando es afectado por una perturbación transitoria. La perturbación puede ser pequeña o grande.

2.- DEFINICIONES^{2,3}

Un sistema está en condición de estado estable⁴ si todas las cantidades físicas medidas (o calculadas) que describen la condición de operación del sistema pueden considerarse constantes para propósitos de análisis.

Cuando operando en una condición de estado estable, si en un sistema ocurre un cambio repentino o una secuencia de cambios, en una o más cantidades de operación, se dice el sistema ha sufrido una perturbación en su condición de estado estable.

- Tipos de perturbaciones:
- Un sistema de potencia está expuesto a una gran perturbación si las ecuaciones no lineales que describen la dinámica del sistema de potencia no pueden linealizarse para propósitos de análisis. Por ejemplo, fallas en un sistema de transmisión, cambios bruscos de carga, pérdidas de generadores, salidas de líneas.
- Un sistema de potencia está expuesto a una pequeña perturbación, si operando en una condición de estado estable experimenta cambios que pueden analizarse apropiadamente linealizando las ecuaciones que describen la dinámica del sistema de potencia para propósitos de análisis. Por ejemplo, un cambio en la ganancia del regulador automático de voltaje (AVR) del sistema excitación del generador.

Estabilidad de estado Estable de un sistema de Potencia. Un sistema de potencia es estable en estado estable para una particular condición de operación de estado estable si, siguiendo cualquier perturbación pequeña, este alcanza una condición de operación de estado estable que es idéntica o próxima a la condición de operación antes de la perturbación. Eso se conoce también como Estabilidad de un sistema de Potencia de Pequeña Perturbación.

Estabilidad Transitoria de un sistema de Potencia. Un sistema de Potencia es transitoriamente estable para una particular condición de estado estable y una particular perturbación si, siguiendo la perturbación, alcanza una aceptable condición de estado estable.

¹ P. Kundur. Power System Stability and Control

² IEEE July 1982. Proposed Term & Definitions for Power System Stability

³ Grangier Jh. Power System Analysis

⁴ Grangier Jh. Power System Analysis

3.- DINÁMICA DEL ROTOR Y LA ECUACIÓN DE OSCILACIÓN³

La ecuación que gobierna el movimiento del rotor se basa en un principio elemental de la dinámica que dice que el par acelerante es el producto del momento de inercia por la aceleración angular.

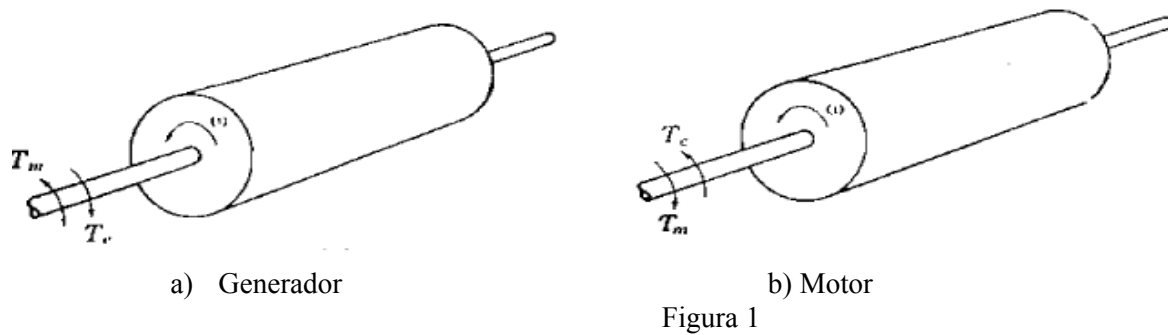
$$T_a = J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} \quad (1)$$

$$J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \quad (2)$$

donde

J es el momento de inercia del rotor Kg-m^2 (Incluido el motor primario), θ_m Es el desplazamiento angular del rotor con respecto a un eje estacionario (rad mec), t tiempo en segundos, T_m par mecánico en el eje (N-m) y T_a par acelerante

En estado estable $T_m = T_e$ y $\ddot{\theta}_m = 0$ $\omega = \omega_s$ (La máquina gira con velocidad sincrónica).



La máquina sincrónica funciona como generador o motor. En la figura 1 se muestra los sentidos de los pares sobre el rotor para las condiciones generador y motor. Para el caso generador se considera $T_m > 0$ y $T_e > 0$

Aquí se admite $T_m = \text{cte}$, a cualquier condición de funcionamiento dada. Debido a la inercia el conjunto turbina-generador, al presentarse una perturbación gira con una velocidad prácticamente constante. Los gobernadores que controlan los motores primarios no actúan hasta que un cambio en la velocidad se detecta y, esto no es efectivo durante el periodo de tiempo durante el cual la dinámica del rotor es de interés en los estudios de estabilidad que se realizan (1 segundo).

El par eléctrico T_e corresponde a la potencia del entrehierro, menos las pérdidas en el cobre de la armadura (I^2R). en el caso motor el par T_e es suministrado por el sistema eléctrico y T_m es el par de la carga menos las pérdidas rotacionales.

Puesto que θ_m se mide con respecto a un eje de referencia estacionario en el estator, es una medida absoluta del ángulo del rotor, que crece con el tiempo a una velocidad sincrónica constante. Como es de interés la velocidad del rotor respecto a la velocidad sincrónica es más conveniente medir la posición angular del rotor respecto de un eje que gira a una velocidad sincrónica. Ver figura 2.

De la figura 2

$$\theta_m = \omega_{sm}t + \delta_m \quad (3)$$

donde

ω_{sm} velocidad sincrónica en rad mec/seg y δ_m desplazamiento del rotor (rad mec) respecto del sistema de referencia que gira con ω_{sm} (Velocidad sincrónica)

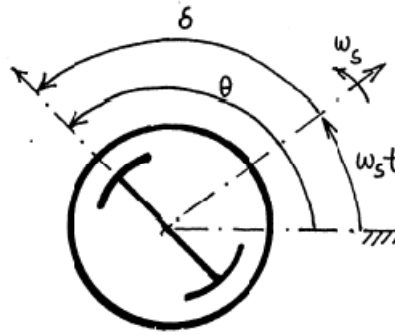


Figura 2

Derivando (3)

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{sm} + \frac{d\delta_m}{dt} \quad (4)$$

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2} \quad (5)$$

La ecuación (4) dice que la velocidad angular del rotor $\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{sm}$ (es igual a la velocidad sincrónica solo cuando $\frac{d\delta_m}{dt} = 0$). Entonces $\frac{d\delta_m}{dt}$ representa la desviación de la velocidad del rotor respecto de la velocidad sincrónica y sus unidades son rad mec/seg.

La ecuación (5) representa la aceleración en rad mec/seg². Sustituyendo (5) en (2)

$$J \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \quad (\text{N-m}) \quad (6)$$

Es conveniente escribir la velocidad angular del rotor como

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad (7)$$

Se conoce que $P = \omega_m T$, es decir, la potencia es igual a la velocidad mecánica por el par. Multiplicando (6) por ω_m

$$J \omega_m \frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \quad (\text{W}) \quad (8)$$

donde

P_m es la potencia en el eje menos las pérdidas rotacionales, P_e es la potencia eléctrica que atraviesa el entrehierro menos las pérdidas $I^2 R$, P_a es la potencia acelerante solo cuando existe desbalance entre las cantidades anteriores.

Usualmente se desprecian las pérdidas en la armadura y las pérdidas rotacionales. Entonces, P_m es la potencia suministrada por el rotor primario y P_e es la potencia eléctrica de salida.

La constante de inercia de la maquina es $M = J \omega_m$ (MJ-seg/rad mec)

M no es constante porque el rotor no gira a la velocidad sincrónica. Sin embargo, en la práctica no difiere significativamente de la velocidad sincrónica cuando la maquina es estable. Es mejor usar en la ecuación de movimiento la potencia. La ecuación resulta

$$M \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \quad (W) \quad (9)$$

En estudios de estabilidad se usa con frecuencia la llamada constante H

$$H = \frac{\text{energía almacenada en MJ a } \omega_{sm}}{\text{Potencia nominal en MVA}} \quad (10)$$

$$H = \frac{1/2 I \omega_{sm}^2}{S_n} = \frac{1/2 I \omega_{sm} \omega_{sm}}{S_n} = \frac{1/2 M \omega_{sm}}{S_n} \left(\frac{\text{MJ}}{\text{MVA}} \right) \quad (11)$$

Despejando M

$$M = \frac{2H}{\omega_{sm}} S_n \left(\frac{\text{MJ}}{\text{rad}} \text{ rad mec} \right) \quad (12)$$

Sustituyendo en (9) y dividiendo entre la potencia nominal de la máquina S_n

$$\frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = \frac{P_a}{S_n} = \frac{P_m - P_e}{S_n} \quad (13)$$

$$\frac{2H}{\omega_{sm}} \frac{d^2 \delta_m}{dt^2} = P_m - P_e \quad \text{p.u.} \quad (14)$$

Como δ_m y ω_{sm} están en radianes mecánicos, H, P_m y P_e deben estar en la misma base y t en segundos. Prescindiendo de los subíndices. La ecuación (14) se escribe

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (15)$$

δ y ω puede también expresarse en radianes eléctricos y como $\omega = 2\pi f$, f es la frecuencia eléctrica, la ecuación (15) es

$$\frac{H}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (16)$$

La ecuación de oscilación (15), es la ecuación fundamental que gobierna la dinámica rotacional de la maquina sincrónica en estudios de estabilidad. La solución $\delta = \delta(t)$ es la curva de oscilación de la maquina y la inspección de curvas de oscilación de todas las máquinas mostrará si la maquinas permanecen en sincronismo después de una perturbación.

4.- CONSIDERACIONES ADICIONALES DE LA ECUACIÓN DE OSCILACIÓN

En la ecuación (15) se ha usado como MVA base, la capacidad nominal de la maquina. En un sistema de potencia con muchas máquinas se usa una base común en MVA para todo el sistema. Entonces H, también debe expresarse en solo una base. Si S_B es la base del sistema

$$H_{sis} = H_n \frac{S_n}{S_{sis}} \quad (17)$$

Los fabricantes usan el símbolo WR^2 que es igual a

$WR^2 = (\text{peso de las partes rotantes} + \text{turbina}) \times (\text{radio de giro})^2$. En el sistema ingles WR^2 se expresa en $(\text{Lb} \times \text{pie}^2)$

El momento de inercia es $J = \frac{WR^2}{32,2}$ (slug $\times$ pie 2)

$$H = \frac{\text{Energía cinética almacenada}}{S_n} = \frac{2,31 \times 10^{-10} WR^2 n^2}{S_n} \quad (18)$$

donde n es la velocidad nominal de la máquina sincrónica en rpm.

5. ECUACION DE OSCILACION EQUIVALENTE

Si una perturbación en un sistema eléctrico afecta a las máquinas de una central eléctrica de tal manera que sus rotores oscilan juntos, las máquinas de la central pueden sustituirse por una máquina equivalente como si sus rotores estuvieran mecánicamente acoplados, se escribe solo una ecuación de oscilación para ellas. Si las máquinas oscilan juntas se llaman máquinas coherentes.

Considerando una central eléctrica con dos máquinas, conectadas a la misma barra que eléctricamente está alejada de la red perturbada. Las ecuaciones de oscilación en una base común son

$$\frac{2H_1}{\omega_s} \frac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{m1} - P_{e1} \quad (19)$$

$$\frac{2H_2}{\omega_s} \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{m2} - P_{e2} \quad (20)$$

Sumando las ecuaciones y sustituyendo δ_1 y δ_2 por δ , puesto los rotores oscilan juntos se obtiene

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (21)$$

Donde $H = H_1 + H_2$, $P_m = P_{m1} + P_{m2}$ y $P_e = P_{e1} + P_{e2}$. La ecuación (21) puede resolverse para representar la dinámica de la planta. Es importante indicar que si ω y δ se expresan en grados o radianes eléctricos, la ecuaciones de oscilación de máquinas coherentes pueden combinarse aún cuando las velocidades nominales sean diferentes.

Para un par de máquinas no coherentes, restando las ecuaciones de oscilación se obtiene

$$\frac{d^2\delta_1}{dt^2} - \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2} \left[\frac{P_{m1} - P_{e1}}{H_1} - \frac{P_{m2} - P_{e2}}{H_2} \right] \quad (22)$$

Multiplicando cada lado por $H_1 H_2 / (H_1 + H_2)$ y reagrupando se tiene

$$\frac{2}{\omega_s} \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \frac{d^2(\delta_1 - \delta_2)}{dt^2} = \frac{P_{m1} H_2 - P_{m2} H_1}{H_1 + H_2} - \frac{P_{e1} H_2 - P_{e2} H_1}{H_1 + H_2} \quad (23)$$

que en forma más simple se escribe

$$\frac{2H_{12}}{\omega_s} \frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} = P_{m12} - P_{e12} \quad (24)$$

El ángulo relativo es δ_{12} es $\delta_1 - \delta_2$, la inercia equivalente, la potencia de entrada equivalente y la potencia de salida equivalente están definidas por

$$H_{12} = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \quad (25)$$

$$P_{m12} = \frac{P_{m1}H_2 - P_{m2}H_1}{H_1 + H_2} \quad (26)$$

$$P_{e12} = \frac{P_{e1}H_2 - P_{e2}H_1}{H_1 + H_2} \quad (27)$$

Si el sistema estuviera compuesto por un generador y un motor sincrónico, conectados por una red de reactancia pura, cualquier cambio en el generador es absorbido por el motor y se puede escribir

$$\begin{aligned} P_{m1} &= -P_{m2} = P_m \\ P_{e1} &= -P_{e2} = P_e \end{aligned} \quad (28)$$

La ecuación (23) se reduce

$$\frac{2H_{12}}{\omega_s} \frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} = P_m - P_e \quad (29)$$

La ecuación (23) muestra que la estabilidad de una máquina es una propiedad relativa asociada a su comportamiento dinámico respecto a las otras máquinas del sistema. El ángulo δ_1 de la máquina 1 puede escogerse por comparación con el ángulo δ_2 de la máquina 2. Para lograr la estabilidad las diferencias angulares entre las máquinas deben disminuir después de la apertura del interruptor asociado con el circuito fallado. Aunque se podría graficar el ángulo del rotor respecto de un eje de referencia girando con velocidad sincrónica, lo más importante es la diferencia angular entre las máquinas. Las características esenciales de un estudio de estabilidad se revelan considerando los problemas de dos máquinas. Estos problemas son de dos tipos: una máquina de inercia finita oscilando con respecto a un bus infinito y otra de dos máquinas de inercia finita oscilando una respecto a la otra. El bus infinito puede considerarse de voltaje interno constante, de impedancia cero e inercia infinita.

6. LA ECUACIÓN POTENCIA-ÁNGULO

En la ecuación de oscilación del generador, la potencia mecánica de entrada, suministrada por la máquina motriz, se considerará constante. Esta es una suposición razonable porque las condiciones en una red eléctrica cambiarán antes que el gobernador de la turbina modifique la salida de la turbina. Entonces, como en la ecuación (15) P_m es constante, la potencia eléctrica de salida determinará si el rotor acelera, desacelera o permanece a velocidad sincrónica. Cuando $P_e = P_m$, la máquina marcha a velocidad sincrónica, cuando P_e cambia, el rotor se desvía de la velocidad sincrónica. Los cambios en P_e están determinados por las condiciones en las redes y en las cargas. Los cambios bruscos en la red, como los cortocircuitos, pueden provocar cambios rápidos de P_e . Fundamentalmente se asume que el efecto del cambio de velocidad, debido a las perturbaciones en la red, sobre el voltaje generado es despreciable, así que la manera en que P_e cambia está determinado por la ecuación de flujo de potencia aplicada al estado de la red además del modelo escogido para representar el comportamiento eléctrico de la máquina.

Para estudios de estabilidad transitoria cada máquina sincrónica se representa por su voltaje interno E'_i en serie con la reactancia transitoria X'_d , (Ver Figura 3). V_t es el voltaje en terminales, en la mayoría de las aplicaciones se desprecia la resistencia de la armadura. Todos los ángulos se miden respecto a un sistema de referencia común del sistema.

La figura 4 muestra un generador que suministra potencia, a través de un sistema de transmisión, a un receptor de voltaje E'_2 conectado al sistema en la barra 2. El sistema de transmisión está compuesto de líneas, transformadores e

incluyen a la reactancia del generador. El voltaje interno transitorio E'_1 se aplica a la barra 1. Se considera al voltaje E'_2 como el voltaje de una barra infinita o como el voltaje interno transitorio de un motor sincrónico, cuya reactancia transitoria se incluye en la red.

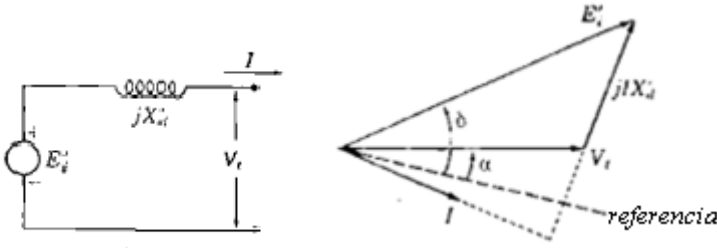


Figura 3. Representación del generador sincrónico

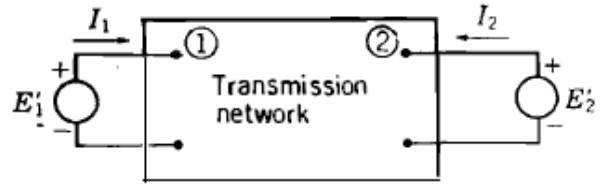


Figura 4. Sistema de transmisión

La matriz de admitancia para los dos nodos del sistema es

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (30)$$

La corriente en un nodo es

$$P_k + jQ_k = V_k (\sum_{n=1}^N I_k^*) = V_k \sum_{n=1}^N (Y_{kn} V_n)^* \quad (31)$$

Aquí $N=2$, para la corriente en el nodo 1, $k=1$

$$P_1 + jQ_1 = E'_1 (Y_{11} E'_1)^* + E'_1 (Y_{12} E'_2)^* \quad (32)$$

Donde $V_1 = E'_1$ y $V_2 = E'_2$

$$\text{Si } \dot{E}'_1 = E'_1 / \underline{\delta}_1, \quad \dot{E}'_2 = E'_2 / \underline{\delta}_2 \quad \text{y} \quad Y_{11} = G_{11} + jB_{11} \quad Y_{12} = Y_{12} / \underline{\theta}_{12}$$

La ecuación de potencia es

$$P_1 = |E'_1|^2 G_{11} + |E'_1| |E'_2| |Y_{12}| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) \quad (33)$$

$$Q_1 = -|E'_1|^2 B_{11} + |E'_1| |E'_2| |Y_{12}| \sin(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) \quad (34)$$

Si $\delta = \delta_1 - \delta_2$ y $\gamma = \theta_{12} - \pi/2$

Las ecuaciones se convierten en

$$P_1 = |E'_1|^2 G_{11} + |E'_1| |E'_2| |Y_{12}| \sin(\delta - \gamma) \quad (35)$$

$$Q_1 = -|E'_1|^2 B_{11} - |E'_1| |E'_2| |Y_{12}| \cos(\delta - \gamma) \quad (36)$$

La ecuación de potencia P_1 puede simplificarse

$$P_e = P_c + P_{\max} \sin(\delta - \gamma) \quad (37)$$

donde

$$P_c = |E'_1|^2 G_{11} \quad P_{\max} = |E'_1| |E'_2| |Y_{12}| \quad (38)$$

P_1 es la potencia eléctrica de salida del generador generalmente se representa por P_e . La ecuación (37) se llama ecuación potencia-ángulo. Se ha despreciado las pérdidas en la armadura, si se considera la red sin resistencia $G_{11}=0$ y $\gamma=0$, la (37) se convierte en la ecuación ya conocida.

$$P_e = P_{\max} \sin \delta \quad (39)$$

donde $P_{\max} = \frac{E'_1 E'_2}{X}$

X es la reactancia de transferencia entre E'_1 y E'_2 .

7.- ESTABILIDAD DE ESTADO ESTABLE. PEQUEÑAS PERTURBACIONES

La estabilidad de estado estable es la capacidad del sistema de permanecer en sincronismo cuando es afectado por pequeñas perturbaciones. Es conveniente asumir que las causas que provocan los cambios desaparecen, entonces el movimiento del sistema es libre, y la estabilidad del sistema se asegura si el sistema retorna a su estado original. Tal comportamiento puede determinarse en un sistema lineal examinando la ecuación característica del sistema. Se asume también que los controles automáticos, tales como el regulador de voltaje y el gobernador no están activos.

En la figura 5 $P_m = P_e$ para $\delta = 28,44^\circ$ y también para $\delta = 151,56^\circ$, éste ultimo parece ser un punto de operación aceptable, pero no lo es, como se verá a continuación. Un requisito para la operación estable es que el generador no debe perder el sincronismo cuando ocurre un cambio temporal pequeño en la potencia eléctrica de salida. Si se considera una potencia mecánica P_m fija, los cambios incrementales pequeños en el punto de operación son

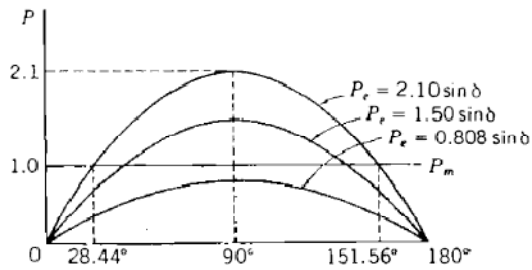


Figura 5

$$\delta = \delta_0 + \delta_\Delta \quad P_e = P_{e0} + P_{e\Delta} \quad (40)$$

Como $P_e = P_{\max} \sin \delta$ la ecuación (39) se desarrolla

$$P_e = P_{e0} + P_{e\Delta} = P_{\max} \sin(\delta_0 + \delta_\Delta) = P_{\max} (\sin \delta_0 \cos \delta_\Delta + \cos \delta_0 \sin \delta_\Delta) \quad (41)$$

Como δ_Δ es un cambio incremental muy pequeño a partir de δ_0 , entonces $\sin \delta_\Delta \approx \delta_\Delta$ y $\cos \delta_\Delta \approx 1$. La ecuación se reduce

$$P_{e0} + P_{e\Delta} \approx P_{\max} \sin \delta_0 + P_{\max} \cos \delta_0 \delta_\Delta \quad (42)$$

En el punto de operación inicial

$$P_m = P_{eo} = P_{\max} \sin \delta_o \quad (43)$$

Restando la ecuación (43) de (41)

$$P_m - (P_{eo} + P_{e\Delta}) = -P_{\max} \cos \delta_o \delta_\Delta \quad (44)$$

Sustituyendo en la ecuación de oscilación

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2(\delta_o + \delta_\Delta)}{dt^2} = P_m - (P_{eo} - P_{e\Delta}) \quad (45)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} + (P_{\max} \cos \delta_o) \delta_\Delta = 0 \quad (46)$$

Como δ_o es constante $P_{\max} \cos \delta_o$ es la pendiente de la curva P_e en δ_o , la pendiente se denota como S_p y está definida por

$$S_p = \frac{dP_e}{d\delta} = P_{\max} \cos \delta_o \quad (47)$$

Se ha calculado para $\delta = \delta_o$. S_p se llama coeficiente de potencia de sincronización. La ecuación de oscilación se reescribe como

$$\frac{d^2 \delta_\Delta}{dt^2} + \frac{\omega_s S_p}{2H} \delta_\Delta = 0 \quad (48)$$

La ecuación (48) es una ecuación diferencial de segundo orden cuya solución depende de signo de S_p . Escribiendo la ecuación (48) de la forma

$$\frac{d^2(\Delta\delta)}{dt^2} + \frac{\omega_a S_p}{2H} (\Delta\delta) = 0 \quad (49)$$

La ecuación característica es

$$s^2 + \frac{\omega_s S_p}{2H} = 0 \quad (50)$$

La frecuencia natural de oscilación es

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_a S_p}{2H}} = \sqrt{\frac{\omega_a P_{\max} \cos \delta_o}{2H}} \quad (51)$$

Si $S_p > 0$ la solución $\Delta\delta(t)$ es un movimiento armónico simple sin amortiguamiento con frecuencia natural de oscilación ω_n . Cuando $S_p < 0$ $\Delta\delta(t)$ crece exponencialmente sin límite.

Considerando ahora el efecto amortiguador de la máquina y de las cargas (especialmente motores de inducción). Las cargas son normalmente sensibles a la frecuencia, para pequeñas perturbaciones, esta sensibilidad se puede representar por un efecto aproximadamente lineal: cuando la frecuencia aumenta, $\frac{d\delta}{dt} > 0$, la potencia exigida por la carga aumenta proporcionalmente; si $\frac{d\delta}{dt} < 0$, la potencia de la carga se reduce en la misma proporción. Entonces, si $D(\frac{pu}{s}) > 0$ es la constante de amortiguamiento, que representa el efecto combinado del amortiguamiento de la máquina y la sensibilidad de la carga a la frecuencia, el amortiguamiento es $D\frac{d\delta(t)}{dt}$, y la ecuación de oscilación, está dada por

$$\frac{d^2(\Delta\delta)}{dt^2} + \frac{\omega_a}{2H} \frac{Dd(\Delta\delta)}{dt} + \frac{\omega_a S_p}{2H} (\Delta\delta) = 0 \quad (52)$$

Cuya ecuación característica es

$$s^2 + \frac{D\omega_s}{2H} s + \frac{\omega_s S_p}{2H} = 0 \quad (53)$$

O, en términos de la ecuación diferencial de segundo orden

$$\frac{d^2(\Delta\delta)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + \omega_n^2 (\Delta\delta) = 0 \quad (54)$$

El sistema será solo estable si todos los coeficientes de la ecuación característica (53) son positivos. Así, una vez más, $S_p > 0$ para la estabilidad. Aquí también, ω_n es la frecuencia natural de oscilación. La relación de amortiguamiento dada está dada por ζ

$$\zeta = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega_s}{2HS_p}} \quad (55)$$

La ecuación característica es

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (56)$$

Para condiciones de operación normales $\zeta = D/2 \sqrt{\frac{\omega_s}{2HS_p}} < 1$, y las raíces de la ecuación característica son complejas

$$s_1, s_2 = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = \zeta\omega_n + j\omega_d \quad (57)$$

Donde ω_d es la frecuencia de oscilación amortiguada dada por

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad (58)$$

El movimiento del rotor relativo al campo giratorio es

$$\delta = \delta_o + \frac{\Delta\delta_o}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta) \quad (59)$$

donde

$$\theta = \cos^{-1} \zeta \quad (60)$$

La frecuencia angular del rotor es

$$\omega = \omega_o - \frac{\omega_n \Delta\delta_o}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\omega_d t \quad (61)$$

8.- INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LA POTENCIA SINCRONIZANTE

Se vio que un requisito para la estabilidad con perturbación a pequeña señal, es que el coeficiente de potencia de sincronización sea positivo $S_p = P_{\max} \cos\delta_o > 0$

Esto significa que si el ángulo del rotor sufre una perturbación positiva $\Delta\delta > 0$ en relación al punto de operación (esto es, en el sentido de aumento de δ) entonces la potencia eléctrica debe aumentar, de modo que el rotor de la máquina desacelere y, por tanto δ tienda a disminuir. Por otro lado, si la perturbación de ángulo fuese negativa (en sentido de reducción de δ), entonces P_e debe disminuir, para que el rotor acelere y el ángulo tienda a aumentar. Esto se ilustra en la Fig 6, en la cual, el punto de operación A es estable ($0 < \delta < \pi/2$, y por tanto, $S_p > 0$). En cambio el punto B es inestable (verificar). Los puntos A' y B' corresponden a variaciones positivas del ángulo en relación a A y B respectivamente, y contrariamente para A'' y B'' las variaciones de δ son negativas.

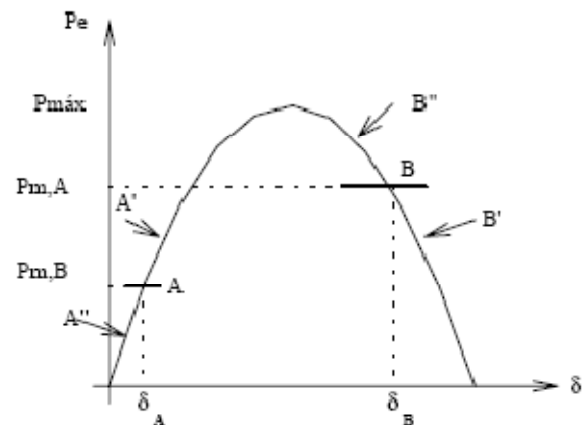


Figura 6

8. ESTABILIDAD TRANSITORIA

En esta sección se estudiará los problemas resultantes de grandes perturbaciones en los sistemas de potencia, tales como los cortocircuitos y desconexión súbita de líneas de transmisión. La magnitud de estas perturbaciones no permite la utilización de modelos linealizados. En otras palabras, se hace necesario usar modelos no linealizados para las máquinas y otros equipos presentes en el sistema para analizar los problemas de la estabilidad transitoria.

8.1 CRITERIO DE ÁREAS IGUALES

No es posible hallar la solución explícita de la ecuación de oscilación, ni aun en el caso de una máquina oscilando respecto de una barra infinita. Para estudiar la oscilación de dos máquinas, en el caso de sistemas formados por un generador conectado a una barra infinita, se puede usar un método derivado de la interpretación gráfica del problema de la estabilidad transitoria, llamado criterio de áreas iguales.

En la figura 7 se observa un generador que suministra potencia a un sistema de potencia infinita por medio de dos líneas de transmisión en paralelo. Se produce una falla trifásica en el punto P (muy próximo a la barra), de modo que se puede considerar que el punto P se halla efectivamente en la barra, así que $P_e = 0$ hasta que la falla se libere. Se analizarán las condiciones físicas antes, durante y después de la falla usando las curvas potencia-ángulo

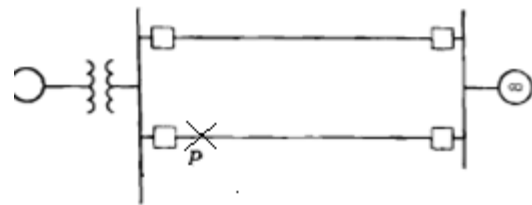


Figura 7

Antes de la falla

Inicialmente el generador está operando a velocidad sincrónica y la potencia mecánica de entrada es igual a la potencia eléctrica de salida. El generador opera en el punto a. Figura 8a

Durante la falla

La falla se produce en $t=0$, la potencia eléctrica de salida es cero y la potencia mecánica es constante. La potencia acelerante es $P_a=P_m > 0$. Como consecuencia de una potencia acelerante positiva, se incrementa la energía cinética del rotor. Si t_c es el tiempo necesario para despejar la falla, para un tiempo $t < t_c$, la aceleración es constante y está dada por

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2H} P_m \quad (62)$$

Mientras dura la falla la velocidad es superior a la sincrónica y está dada por

$$\frac{d\delta}{dt} = \int_0^t \frac{\omega_s}{2H} P_m dt = \frac{\omega_s}{2H} P_m t \quad (63)$$

y el ángulo del rotor es

$$\delta = \frac{\omega_s}{4H} P_m t^2 + \delta_0 \quad (64)$$

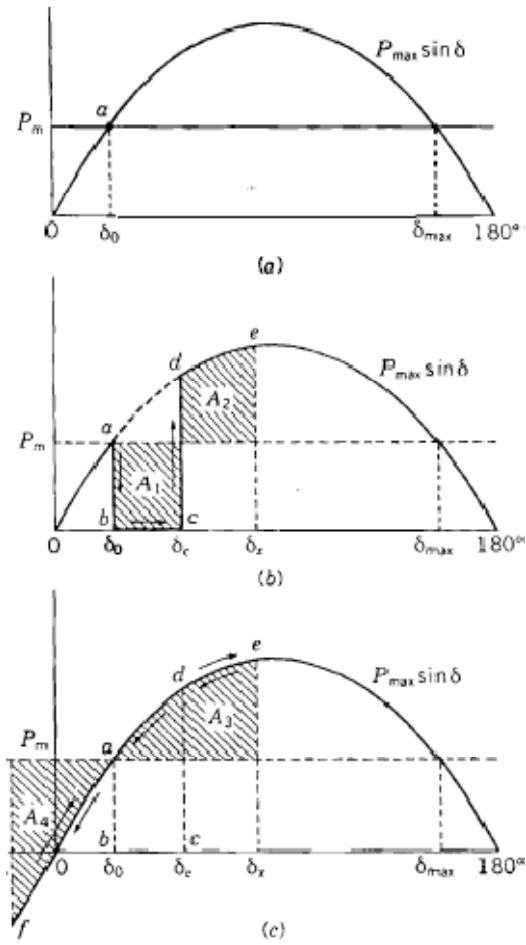


Figura 8

Tanto la velocidad como el ángulo del rotor crecen. Si t_c es el instante de despeje de la falla, la velocidad y el ángulo de rotor están dados por

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} P_m t_c \quad (65)$$

$$\delta_c = \frac{\omega_s}{4H} P_m t_c^2 + \delta_0 \quad (66)$$

Después de la falla

Cuando se despeja la falla en el ángulo δ_c , la potencia eléctrica P_e crece abruptamente a un valor correspondiente al punto d. Puesto que la potencia eléctrica es mayor a la mecánica, la potencia acelerante P_a es negativa. Como consecuencia, el rotor desacelera cuando P_e varía del punto d al e. en el punto e la velocidad es otra vez la sincrónica y el ángulo del rotor alcanza el valor δ_x . El ángulo δ_x está determinado por el hecho que las áreas A_1 y A_2 deben ser iguales. Figura 8b

En el punto e, el rotor no puede permanecer con velocidad sincrónica (recordar que $P_a < 0$) y consecuentemente, el ángulo del rotor disminuye de δ_x , en el punto e, a lo largo de la curva potencia-ángulo, hasta el punto a, en que la velocidad del rotor es menor a la sincrónica. Figura 8c

Desde el punto a hasta f, la potencia mecánica es mayor a la eléctrica y la potencia acelerante es positiva, la velocidad se incrementa otra vez hasta que alcanza la sincrónica en el punto f. El punto f se localiza de modo que las áreas A_3 y A_4 son iguales. Figura 8c

En ausencia de amortiguamiento, el rotor oscilará según la secuencia f-a-e, e-a-f, con velocidad sincrónica en e y f.

Este es el principio de las áreas iguales, llamado criterio de áreas iguales, que permite determinar la estabilidad del sistema en condiciones transitorias sin resolver la ecuación de oscilación. Aunque el método no es aplicable a un sistema multimáquina, ayuda a entender como influncian ciertos factores en la estabilidad transitoria. Es posible demostrar que las áreas A_1 y A_2 , como también, A_3 y A_4 son iguales⁵.

9.2 CÁLCULO DEL ÁNGULO CRÍTICO Y EL TIEMPO CRÍTICO DE APERTURA

El área A_1 depende del tiempo necesario para despejar la falla, si hay retraso δ_c se incrementa, y el criterio de áreas iguales requiere también que el área A_2 crezca para que el rotor alcance la velocidad sincrónica, consecuentemente δ_x crece hasta un valor máximo δ_{max} .

Si el retraso en la desconexión se prolonga de manera que el ángulo del rotor oscile mas allá de δ_{max} , la velocidad del rotor será mayor a la sincrónica, cuando la potencia acelerante sea positiva. Con una aceleración positiva el ángulo δ crecerá sin límite y resultará una inestabilidad. Por lo tanto, existe un ángulo crítico para liberar la falla y satisfacer los requisitos del criterio de áreas iguales para la estabilidad. Este ángulo se llama ángulo crítico δ_{cr} . El correspondiente tiempo para quitar la falla se llama tiempo crítico de despeje. Así, el tiempo crítico de despeje, es el tiempo máximo desde el inicio de la falla, hasta su aislación tal que el sistema de potencia sea transitoriamente estable.

Para conocer el ángulo critico y el tiempo crítico se calcula las áreas A_1 y A_2 de la figura 9.

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} P_m dt = P_m(\delta_{cr} - \delta_0) \quad (67)$$

$$A_2 = \int_{\delta_{cr}}^{\delta_{max}} (P_{max} \sin \delta - P_m) dt = -P_{max}(\cos \delta_{max} - \cos \delta_{cr}) - P_m(\delta_{max} - \delta_{cr}) \quad (68)$$

)

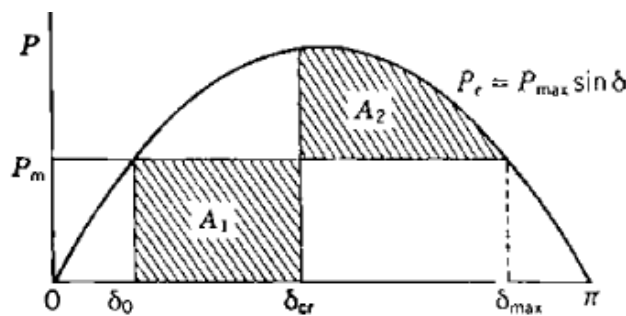


Figura 9

Igualando las áreas y despejando el ángulo

$$\cos \delta_{cr} = \frac{P_m}{P_{max}}(\delta_{max} - \delta_{cr}) + \cos \delta_{max} \quad (69)$$

⁵ Grangier Jh. Análisis de Sistemas de Potencia. p. 678-679

Como $\delta_{\max} = \pi - \delta_o$ y $P_m = P_{\max}(\delta_{cr} - \delta_o)$

El ángulo crítico esta dado por

$$\delta_{cr} = \cos^{-1}[(\pi - 2\delta_o)\sin\delta_o - \cos\delta_o] \quad (70)$$

El tiempo crítico se halla sustituyendo el ángulo crítico en la ecuación (53), de la cual se obtiene el tiempo crítico

$$t_{cr} = \sqrt{\frac{4H(\delta_{cr} - \delta_o)}{\omega_s P_m}} \quad (71)$$

Si la falla se produce en el punto F (diferente al P), en una de las líneas en un punto diferente a las barras, hay cierta impedancia entre las barras y la falla y, por tanto, cierta potencia se transmite mientras dura la falla. La reactancia de equivalente de transferencia aumenta, disminuyendo la capacidad de transferencia de potencia y la curva potencia – ángulo se representa por B. Después que los dispositivos de protección desconectan la línea con falla la potencia se transmite a través de la otra línea en paralelo y la curva de transferencia de potencia se representa por C. El ángulo y el tiempo críticos se determinan de la siguiente manera.

Previamente, es necesario indicar las potencias a considerar: antes de la falla la potencia transmitida es $P_{\max}\sin\delta$, durante la falla la potencia es $r_1 P_{\max}\sin\delta$ y después de la falla es $r_2 P_{\max}\sin\delta$. Ver figura 10.

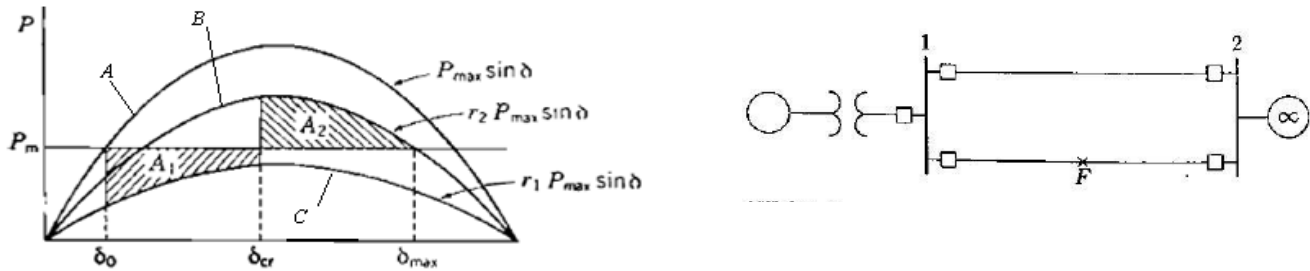


Figura 10

En la situación crítica, para la estabilidad, las áreas A_1 y A_2 son iguales.

$$A_1 = \int_{\delta_o}^{\delta_{cr}} (P_m - r_1 P_{\max}\sin\delta) d\delta = P_{\max}(\delta_{cr} - \delta_o) + r_1 P_{\max}(\cos\delta_{cr} - \cos\delta_o); \text{ (acelerante)} \quad (72)$$

$$A_2 = \int_{\delta_{cr}}^{\delta_{\max}} (r_2 P_{\max}\sin\delta - P_m) d\delta = -r_2 P_{\max}(\cos\delta_{\max} - \cos\delta_{cr}) - P_m(\delta_{\max} - \delta_{cr}); \text{ (desacelerante)} \quad (73)$$

Igualando las áreas y despejando $\cos\delta_{cr}$, el ángulo crítico se obtiene de

$$\cos\delta_{cr} = \frac{P_m/P_{\max}(\delta_{\max} - \delta_o) + r_2 \cos\delta_{\max} - r_1 \cos\delta_o}{r_2 - r_1} \quad (74)$$

A diferencia de lo que se vio en el caso anterior, la aceleración no es constante después de la apertura de la línea baja falla. En consecuencia, no es posible la determinación exacta del tiempo crítico de apertura como en ese caso. Se presentan dos posibilidades:

- Integrar numéricamente las ecuaciones del sistema para la condición de falla hasta que $\delta = \delta_{cr}$. El tiempo crítica será el tiempo correspondiente, esto es: $\delta(t_{cr}) = \delta_{cr}$

- b) Por medio del desarrollo en serie de Taylor de $\delta(t)$ en torno de $t=0$ y, truncando la serie en el término de orden 4º, se obtiene

$$\delta(t) \approx \delta(0) + \dot{\delta}(0) \frac{(t-0)}{1!} + \ddot{\delta}(0) \frac{(t-0)^2}{2!} + \ddot{\delta}(0) \frac{(t-0)^3}{3!} + \ddot{\delta}(0) \frac{(t-0)^4}{4!} \quad (75)$$

Los primeros coeficientes de la serie son $\delta(0) = \delta_o$ y $\dot{\delta}(0) = 0$, pues, el sistema está en estado estable en el momento de ocurrencia de la falla. Los coeficientes de los términos restantes se encuentran de la ecuación de oscilación, estando dados por:

$$\ddot{\delta} = 1/M (P_m - P_{\max} \sin \delta), \text{ de donde, para } t=0 \quad \delta = \delta_o \quad \ddot{\delta}(0) = \frac{1}{M} (P_m - P_{\max} \sin \delta_o), \text{ llamando } \ddot{\delta}(0) = A_o$$

$$\ddot{\delta} = 1/M \frac{d}{dt} (P_m - P_{\max} \sin \delta), \quad \ddot{\delta} = -\frac{1}{M} P_{\max} \cos \delta \cdot \dot{\delta}, \text{ para } \delta = \delta_o, \quad \ddot{\delta}(0) = -\frac{1}{M} P_{\max} \cos \delta_o \cdot \dot{\delta}(0) = 0, \text{ pues } \dot{\delta}(0) = 0, \text{ es decir, el término de tercer orden es nulo.}$$

$$\ddot{\delta} = \frac{P_{\max}}{M} (-\sin \delta \cdot \dot{\delta}^2 + \cos \delta \cdot \ddot{\delta}) \text{ sustituyendo } \ddot{\delta}; \ddot{\delta} = \frac{P_{\max}}{M} (-\sin \delta \cdot \dot{\delta}^2 + \cos \delta \cdot \frac{1}{M} (P_m - P_{\max} \sin \delta)) \text{ para } \delta = \delta_o, \\ \ddot{\delta}(0) = \frac{P_{\max}}{M^2} \cos \delta_o (P_m - P_{\max} \sin \delta_o) = B_o$$

Es posible, finalmente, escribir la aproximación de 4º orden para $\delta(t)$:

$$\delta(t) = \delta_o + \frac{A_o}{2} t^2 + \frac{B_o}{24} t^4 \quad (76)$$

Como $\delta = \delta_{cr}$ cuando $t = t_{cr}$, se obtiene la siguiente ecuación para calcular t_{cr}

$$\frac{B_o}{24} t_{cr}^4 + \frac{A_o}{2} t_{cr}^2 - (\delta_{cr} - \delta_o) = 0 \quad (77)$$

Debido al truncamiento de la serie en el 4º termino, la ecuación dará una buena aproximación para t_{cr} , si t_{cr} , no es mucho mayor que t_o (típicamente, resultados aceptables se obtendrán para $t_{cr} < 0,15$ seg).